WCTR

IMPACT DE L'ACCESSIBILITE DANS UN SYSTEME DE TRANSPORT EN ENVIRONMENT CONCURRENTIEL

ANDRE DE PALMA
THEMA-Université de Cergy-Pontoise
33, Bd du Port, 95800 CERGY-PONTOISE, FRANCE

OSCAR SANCHEZ
THEMA-Université de Cergy-Pontoise
33, Bd du Port, 95800 CERGY-PONTOISE, FRANCE

Résumé

Dans cet article, l'impact de l'accessibilité dans un système de transport est analysé. Les contributions proposées sont : premièrement, le développement d'une fonction d'accessibilité qui dépend du prix chargés aux destinations. Deuxièmement, les systèmes de transport sont immergés dans un marché concurrentiel de sorte que les prix chargés aux destinations potentielles résultent d'un équilibre de concurrence imparfaite des entreprises. Enfin, le cadre introduit permet d'élargir la discussion relative à la comparaison du nombre optimal et d'équilibre d'entreprises sur le marché vis-à-vis des schèmas de financement des infrastructures.

INTRODUCTION

La notion d'accessibilité joue un rôle important dans l'analyse des systèmes de transport. Différentes formulations intuitives ont été présentées par de nombreux auteurs en géographie (i.g. Hansen, 1959), en sciences régionales (i.g. Ingram, 1979) et dans le domaine des transports (voir en particulier les travaux publiés aux Etats-Unis par Ben-Akiva, 1973 et en France par Koenig, 1979). Néanmoins, la dérivation rigoureuse des formules d'attractivité a été proposée plus tard (voir en particulier Ben-Akiva et Lerman ,1979, Ben-Akiva et Lerman, 1985 et McFadden, 1981). La formule de l'attractivité possède une dérivation en terme de surplus des consommateurs (voir Small et Rosen, 1981). Cette formule présente de nombreux domaines d'application. Elle est utilisée en analyse coût-bénéfice pour évaluer l'impact de nouvelles infrastructures, pour déterminer le tracé optimal d'une route et aussi pour étudier les phénomènes de mobilité (voir Morris, 1979 et Small, 1992 pour des applications au domaine des transports).

L'attractivité, dans sa version classique, dépend de la distribution des activités (destinations possibles) et des coûts de déplacement. Les caractéristiques entrant dans les formules d'attractivité sont constantes hormis les temps de trajet qui peuvent, suite aux phénomènes de congestion, dépendre du taux d'utilisation des infrastructures. Nous introduisons dans cet article une approche plus large qui intègre la notion de prix dans le concept d'attractivité en vue d'analyser l'impact de l'accessibilité à court et moyen terme. Les effets dus à l'augmentation de l'accessibilité se présentent à différentes échelles du temps : *à court et moyen terme*, il existe un élargissement de l'éventail des choix des individus lié à la réduction des coûts de transport (effet classique) et une réduction des prix des biens et des services induite par une augmentation de la concurrence spatiale. *A long terme*, des phénomènes de rélocalisation des ménages et des entreprises se présentent du fait que ceux-ci cherchent à mieux profiter des bénéfices potentiels offerts par la nouvelle configuration du réseau.

Cet article propose deux contributions majeures. Premièrement, nous développons une formule d'accessibilité qui dépend explicitement du prix chargé à la destination. Deuxièmement, nous immergeons les systèmes de transport dans un marché concurrentiel de sorte que les prix chargés aux destinations potentielles résultent d'un équilibre de concurrence imparfaite entre les entreprises.

Nous montrons que, sous certaines conditions, une modification de l'infrastructure de transport conduit à une variation des prix qui induit une variation de l'accessibilité. Ce phénomène de concurrence peut être mis en parallèle avec la demande induite.

Dans notre modèle, une amélioration de l'infrastructure de transport permet aux individus d'élargir leur univers de choix, d'une part, puisque cette réduction des coûts de transport permet aux consommateurs d'accéder à de nouvelles infrastructures (effet classique) et d'autre part parce que la baisse des prix consécutive à la réduction des coûts de transport rend les nouvelles infrastructures plus attractives pour les consommateurs. Notons qu'actuellement, dans le cadre d'une analyse coût-bénéfice pour des nouvelles infrastructures routières, les gains de temps des utilisateurs correspondent en grande partie à des bénéfices comptabilisés (voir par exemple Welch et Williams, 1997) sans que, pour autant, les gains d'accessibilité soient pris en compte.

Le cadre que nous introduisons permet aussi d'élargir la discussion relative à la comparaison du nombre optimal et d'équilibre d'entreprises présentes sur un marché. Des résultats très généraux, élaborés dans la théorie des modèles de choix discrets, montrent que le marché tend à offrir approximativement la variété optimale de biens aux consommateurs. Si l'on considère une situation pour laquelle l'infrastructure de transport est déterminée optimalement, nous montrons que ce résultat n'est pas nécessairement vrai et que le marché peut proposer aux consommateurs une variété de produits nettement trop élévée, du point de vue optimal social.

Enfin, un corollaire de notre analyse est le suivant : le planificateur qui omet de tenir compte de la variation du prix ne tient pas compte de l'ensemble des bénéfices pour les consommateurs qui résultent d'une amélioration des infrastructures de transport. Par conséquent, le planificateur qui néglige l'effet prix tendra à construire des routes trop petites.

Bien que ces résultats soient montrés à l'aide d'un exemple simple, nous émettons l'hypoyhèse que ceux-ci restent vrais pour un réseau général de transports.

Cet article est composé de six sections. Dans la seconde section, nous introduisons le modèle de base et les formules d'accessibilité comportant les prix des biens achetés aux destinations. Dans la troisième, nous introduisons une famille de modèles qui comportent le modèle logit et le modèle CES comme cas limites. Dans la section quatre, nous déterminons les équilibres en prix pour ces deux types de modèles. Les effets de prix pour le logit et le CES sont étudiés dans la section cinq. Nous y discutons de la détermination de la taille optimale des routes. Enfin, la section six présente les conclusions de cet article.

LE MODELE DE BASE

Les fonctions d'utilité

On considère un groupe d'individus localisés en i effectuant des activités en j, où $j = 0 \ldots J$ (ces activités peuvent être localisées aux mêmes points géographiques, bien que cela soit improbable). Le choix 0 correspond à celui de ne pas effectuer d'activité (bien extérieur). L'utilité conditionnelle indirecte d'un individu r, possédant un coût du temps α, et effectuant une activité localisée en j, est :

$$U_{i,j}^r = Y_i^r + A_j + v[p_j + \alpha d(i,j)] + \mu\varepsilon_j^r, \qquad j = 1 \ldots J, \tag{1}$$

et

$$U_{i,0}^r = V_{i,0} + \mu\varepsilon_0^r, \tag{2}$$

où Y_i^r représente le revenu de l'individu r et $A_j + v[p_j + \alpha d(i,j)]$ le surplus (conditionnel) associé à la localisation j (dont le prix est noté $p_j \geq 0$). Le terme A_j est l'utilité intrinsèque de la localisation j et $v[p_j + \alpha d(i,j)]$ représente l'impact des prix et du coût de transport sur le surplus conditionnel. Le terme $d(i,j)$ représente la distance temps la plus courte entre la localisation i et la localisation j (la distance est traduite en termes de temps par l'intermédiaire d'une vitesse de circulation). Enfin, $\mu\varepsilon_j^r$ est un terme représentant l'adéquation entre l'individu localisé en i et l'activité qu'il effectue en j. Ce terme comporte deux éléments : ε_j^r qui est la réalisation d'une variable aléatoire de moyenne nulle et de variance unitaire et $\mu > 0$ un facteur mesurant l'intensité des préférences des individus : plus il est élevé et plus les activités sont perçues comme différentes par les individus.

Nous supposons que les biens (les activités) sont des substituts symétriques. Ceci se traduit par le fait que les variables aléatoires ε_j^r sont indépendamment et identiquement distribuées (*i.i.d.*) de support $(-\infty,+\infty)$. Nous notons par $g(x)$ la fonction de densité (commune) et par $G(x)$ la fonction de répartition des ε_j^r. Dans l'expression [2], le terme $V_{i,0}$ représente le surplus (conditionnel) du bien intérieur associé au fait soit de ne pas effectuer l'activité, soit de l'effectuer à la maison.

Par la suite, nous supposons que les individus localisés en i sont statistiquement identiques de sorte que l'on peut omettre l'indice r. De plus, pour simplifier la présentation, on supposera qu'il n'existe pas de biens extérieurs.

La demande

Chaque individu est supposé opter pour l'activité lui conférant l'utilité maximale. La probabilité qu'un individu localisé en i effectue l'activité j est (ce modèle a été initié par Thurstone, 1927) :

$$P_{i,j} = \Pr[U_{i,j} > U_{i,k},\ k = 1 \ldots J, k \neq j], \qquad j = 1 \ldots J. \tag{3}$$

Nous introduisons la notation suivante :

$$U_{i,j} = V_{i,j} + \mu\varepsilon_j, \qquad j = 1 \ldots J. \tag{4}$$

avec :

$$V_{i,j} = Y_i + A_j + v[p_j + \alpha d(i,j)], \qquad j = 1...J. \tag{5}$$

Le terme $V_{i,j}$ représente le bénéfice généralisé associé à l'activité localisée en j (une autre formulation consisterait à supposer que : $V_{ij} = Y_i + A_j + v(p_j) - \alpha d(i,j), \quad j = 1...J.$) effectuée à partir de la localisation i.

Suivant (Anderson, Nesterov et de Palma, 1995), nous considérons la spécification Box-Cox suivante :

$$v[p_j + \alpha d(i,j)] = \frac{1 - [p_j + \alpha d(i,j)]^{1-\eta}}{1-\eta}, \qquad 0 \leq \eta \leq 1. \tag{6}$$

En utilisant l'identité de Roy, on obtient pour la quantité de biens achetés en j, conditionnellement à la décision d'aller en j :

$$x(p_j) = [p_j + \alpha d(i,j)]^{-\eta}, \qquad j = 1...J; 0 \leq \eta \leq 1. \tag{7}$$

Pour la demande unitaire, $\eta = 0$, et $x(p_j) = 1$; lorsque $\eta = 1$, on obtient $x(p_j) = \frac{1}{[p_j + \alpha d(i,j)]}$.

En utilisant l'hypothèse d'indépendance et de symétrie, nous obtenons (cf. eqns [3] et [4]) :

$$P_{i,j} = \int_{-\infty}^{\infty} g(x) \prod_{k=1,\, k \neq j}^{J} G\left(\frac{V_{i,j} - V_{i,k}}{\mu} + x\right) dx, \qquad j = 1...J. \tag{8}$$

Les probabilités de choix ont la forme logit si les termes ε sont distribués suivant une loi double exponentielle et la forme probit lorsque les ε sont normalement distribués. Notons que $P_j = 1/J$ lorsque toutes les activités ont la même valeur du bénéfice généralisé ($V_{i,j}$).

La demande pour l'activité localisée en j s'écrit par conséquent (cf. eqns [7] et [8]) :

$$D_{i,j} = [p_j + \alpha d(i,j)]^{-\eta} P_{i,j}, \qquad j = 1...J; 0 \leq \eta \leq 1. \tag{9}$$

Le surplus des usagers

Nous dérivons dans cette sous-section la formule permettant d'évaluer le bénéfice ou le surplus des usagers (qui correspond à l'aire sous les fonctions de demande), connue dans la littérature anglo-saxonne sous le terme de "*Logsum*". Il s'agit de fait ici d'une fonction d'utilité indirecte.

La fonction de surplus, ou de mesure d'accessibilité, pour un individu localisé en i, est :

$$s_i = E\left[\max_{j=1...J} U_{i,j}\right]. \tag{10}$$

On peut montrer que l'identité de Roy est vérifiée. En utilisant la spécification $V_{i,j} = Y_i + A_j + v[p_j + \alpha d(i,j)]$, on obtient en effet : $\frac{\partial s_i}{\partial p_j} = -D_{i,j}$; $j = 1...J$. La démonstration est une simple application de la preuve reprise par Anderson et al. (voir Anderson *et al*, 1992 Chapitre 2, Appendice 2.10.4). Le terme s_i peut être aussi interprété comme une fonction mesurant l'attractivité des activités j, $j = 0...J$, pour un individu localisé en i (voir Ben-Akiva et Lerman, 1979 et Koenig, 1974) dans le cas du modèle logit introduit dans la section suivante. Ce type de modèle permet de calculer des équilibres de Nash en prix sous des hypothèses très générales relatives aux termes d'erreur ε (voir à ce propos Caplin et Nalebuff, 1991)

En supposant que les variables aléatoires ε_j sont *i.i.d.* et sous l'hypothèse de symétrie : $V_{i,j} = V_i$, $\forall$ $j = 1...J$, nous obtenons (voir Anderson *et al*, 1995) :

$$s_i = Y_i + V_i + J\int_{-\infty}^{\infty} xg(x)G^{J-1}(x)dx. \qquad (11)$$

Dans la section suivante, nous proposons des spécifications explicites pour les formules du surplus.

SPECIFICATIONS CES-LOGIT GENERALISEES

Nous dérivons dans cette section des formules explicites pour les probabilités de choix (comportement de déplacement des usagers) et pour les mesures d'accessibilité.

Demande

Un cas particulier de la spécification introduite dans la section précédente est obtenu en supposant que les fonctions mesurant la différenciation des activités, $G(x)$ correspondent à la distribution de la double exponentielle : $G(x) = \exp[-\exp(-x-\gamma)]$, où γ est la constante de Euler ($\gamma \approx 0.577$), de moyenne nulle et de variance ($\pi^2/6$). Dans ce cas, l'expression pour les probabilités de choix (voir eqn [8]) possède une forme fonctionnelle explicite correspondant au modèle logit (voir à ce propos Anderson *et al*, 1992, Choi, 1990 et Luce, 1959) :

$$P_{i,j} = \frac{\exp\left(\frac{V_{i,j}}{\mu}\right)}{\sum_{k=1}^{J} \exp\left(\frac{V_{i,k}}{\mu}\right)}. \qquad (12)$$

La spécification Box-Cox (cf. eqn [6]) possède deux cas limite bien connus.

a) Si $\eta = 0$, la demande donnée par le modèle décrit par l'équation [9] s'écrit avec la spécification de [12] pour les probabilités de choix :

$$D_{i,j} = \frac{\exp\left(-\frac{p_j+\alpha d(i,j)}{\mu}\right)}{\sum_{k=1}^{J} \exp\left(-\frac{p_k+\alpha d(i,k)}{\mu}\right)}. \qquad (13)$$

Dans ce cas, la demande est donnée par un modèle logit standard, tel qu'il est utilisé en économie spatiale (voir Anderson *et al*, 1992).

b) Pour $\eta = 1$, nous avons :

$$D_{i,j} = \frac{[p_j + \alpha d(i,j)]^{(-\frac{1-\mu}{\mu})}}{\sum_{k=1}^{J} [p_k + \alpha d(i,k)]^{(-\frac{1}{\mu})}}, \qquad j = 1 \ldots J. \qquad (14)$$

qui correspond au modèle de demande CES standard. Voir respectivament Anderson *et al* (1988) et Anderson *et al* (1992) pour une description des modèles CES et Logit et pour la dérivation du modèle agrégé CES comme modèle de choix discret (désagrégé).

Plus généralement, la transformation Box-Cox nous permet de construire une famille de modèles correspondant aux différentes valeurs de η ($\eta \in [0,1]$) dont les cas logit, eqn [13], et CES, eqn [14], constituent deux spécifications particulières très utilisées.

Surplus

Lorsque la fonction $G(x)$ correspond à la double exponentielle, la formule du surplus, eqn [11], s'écrit tout simplement :

$$s_i = \mu \ln\left[\sum_{k=1}^{J} \exp\left(\frac{V_{i,k}}{\mu}\right)\right]. \tag{15}$$

où $V_{i,k}$ est donnée par la formule [5]. Soit N_i le nombre d'individus en i, la formule du surplus ou de l'accessibilité d'un système de transport est donnée dans la proposition suivante :

PROPOSITION 1. *Le surplus engendré par une matrice de temps de trajet $\{d(i,k)\}$ est donné, pour une distribution double exponentielle du goût pour la variété, par :*

$$s_i = \mu N_i \ln\left\{\sum_{k=1}^{J} \exp\left(\frac{Y_i + A_k + v[p_k + \alpha d(i,k)]}{\mu}\right)\right\}.$$

CONCURRENCE EN PRIX

Considérons N consommateurs, de masse normalisée à l'unité, dans le marché, localisés au même point de l'espace géographique (on peut par conséquent omettre l'indice i). Il y a J firmes mono-produit, la firme j charge un prix p_j, produit à un coût marginal de production c et est localisée à une distance $\alpha d(i,j) \equiv t_j$ des consommateurs exprimée en termes de coût. Le profit de la firme j s'écrit :

$$\Pi_j(p) = (p_j - c)D_j - F \qquad j = 1...J, \tag{16}$$

où F est le coût fixe d'entrée sur le marché et $p \equiv (p_1, p_2 ... p_J)$. En supposant que les variables aléatoires ε_j sont *i.i.d* suivant la loi double exponentielle, nous avons (cf. eqns [9] et [12]) :

$$D_j = (p_j + t_j)^{-\eta} \frac{\exp\left(\frac{V_j}{\mu}\right)}{\sum_{k=1}^{J} \exp\left(\frac{V_k}{\mu}\right)} \qquad j = 1...J, \tag{17}$$

où on suppose que la partie déterministe de l'utilité s'écrit :

$$V_j = Y + A_j + v(p_j + t_j) \qquad j = 1...J. \tag{18}$$

Un équilibre de Nash en prix est défini par : $\Pi_j(p_1^* ... p_J^*) \geq \Pi_j(p_1^* ... p_{j-1}^*, p_j, p_{j+1}^* ... p_J^*) \forall j = 1...J$. L'existence et l'unicité d'un équilibre en prix pour ce modèle sont montrés dans (Anderson et de Palma, 1998, Anderson *et al*, 1992 et Caplin et Nalebuff, 1991).

Modèle logit

Nous considérons d'abord le cas $\eta = 0$. En considérant la spécificité donnée par [18], l'équation [13] s'écrit :

$$D_j = \frac{\exp[\frac{-p_j}{\mu}]}{\sum_{k=1}^{J} \exp[\frac{-p_k}{\mu}]}. \quad (19)$$

On considère le cas symètrique $t_1 = t_2 = \ldots t_J = t$ et $A_1 = A_2 = \ldots A_J = A$. Dans ce cas, l'équilibre candidat est symétrique et noté p^*. Evaluons d'abord l'expression suivante :

$$\frac{\partial \Pi(p_1^* \ldots p_{j-1}^*, p_j, p_{j+1}^* \ldots p_J^*)}{\partial p_j} = D_j - (p_j - c)\frac{D_j(1 - D_j)}{\mu}. \quad (20)$$

A l'équilibre de Nash, la condition nécessaire $\frac{\partial \Pi_j(p_1^* \ldots p_{j-1}^*, p_j, p_{j+1}^* \ldots p_J^*)}{\partial p_j} = 0$ doit être satisfaite. En utilisant l'équation [20] et en notant que la demande à l'état symmétrique $p_1 = \ldots p_J = p^*$ est égale à $\frac{1}{J}$, le prix à l'équilibre s'écrit :

$$p^* = c + \frac{\mu J}{J - 1}. \quad (21)$$

Pour les cas non symètriques, les valeurs sont donnéees comme solution d'un système implicite et dependent contrairement au cas symètrique des coûts de transports.

Modèle CES

Dans ce cas $\eta \to 1$. Dès lors $\lim_{\eta \to 1} v(p_j + t_j) = -\ln(p_j + t_j)$, (eqn [6]). La demande donnée par l'équation [14] s'écrit ici :

$$D_j = \frac{(p_j + t_j)^{(-\frac{1+\mu}{\mu})}}{\sum_{k=1}^{J} (p_k + t_k)^{(-\frac{1}{\mu})}}. \quad (22)$$

En suivant le même raisonnement que dans le cas du modèle logit, on peut trouver une expression explicite pour l'équilibre de Nash :

$$p^* + t = (c + t)\Big[1 + \frac{\mu J}{J - 1}\Big]. \quad (23)$$

Notons que dans ce cas, contrairement au cas du modèle logit, le prix d'équilibre varie (augmente) avec le coût de transport. En effet, une augmentation du coût de transport augmente le monopole spatial des entreprises et, par conséquent, réduit la concurrence en prix.

ACCESSIBILITE ET EFFET DE LA VARIATION DE PRIX

L'effet du prix sur l'accessibilité a été analysé dans deux cas limite : le modèle logit et le modèle CES. Dans le traitement classique de l'accessibilité, les prix sont supposés exogènes. Dans l'approche que nous proposons, ceux-ci sont au contraire calculés de manière endogène. Cet "effet de prix" correspond à l'ajustement des prix suite à la modification de l'infrastructure. Le niveau des prix dépend de l'équilibre concurrentiel entre les entreprises vendant des biens différenciés. L'impact des prix est à priori important puisque le niveau des prix dépend des coûts de transport en présence. En effet, lorsque les coûts de transport sont plus petits, on s'attend à ce que la concurrence en prix augmente et que le niveau des prix diminue.

Modèle logit

En utilisant l'équation [15] et la spécification [16], le surplus total W qui est la somme du surplus des consommateurs et du surplus des producteurs (profits) moins le coût de construction des infrastructures, s'écrit :

$$W = Y + \mu \ln \sum_{k=1}^{J} \exp\left(\frac{A_k - (p_k^* + t_k)}{\mu} \right) - \sum_{k=1}^{J} f(t_k) + \sum_{k=1}^{J} (p_k^* - c) D_k - JF, \qquad (24)$$

où $f(t_k)$ représente le coût de construction de l'infrastructure de transport de i à la destination k, $(p_k^* - c)D_k - F$ représente le profit de l'entreprise k où $(p_1^*, p_2^* ... p_J^*)$ sont les prix d'équilibre. On suppose que $f(\bullet) \in C^2$, que $f'(\bullet) < 0$ et que $f''(\bullet) > 0$.

On considère à nouveau le cas symétrique $A_1 = A_2 = ...A_t = A$ et $t_1 = t_2 ... = t_J = t$ qui correspond à la solution $p_1^* = p_2^* = ...p_J^* = p^*$. A partir de l'équation [24], le surplus total pour le cas symétrique s'écrit (à une constante additive, $Y + A$, près) :

$$\widetilde{W} = \mu \ln J - t - Jf(t) - c - JF. \qquad (25)$$

Evaluation de la taille optimale des routes

La condition de premier ordre, $\frac{\partial \widetilde{W}}{\partial t} = -1 - Jf'(t) = 0$, possède une solution unique, J^o, donnée implicitement par :

$$t^o = f'(t)^{-1}\left(\frac{-1}{J^o}\right). \qquad (26)$$

On vérifie aisément que t^o correspond bien à un maximum de la fonction de surplus: $\frac{\partial^2 \widetilde{W}}{\partial t^2} < 0$. Notons que $\frac{\partial t^o}{\partial J^o} > 0$, la taille optimale des routes décroît par conséquent lorsque la variété accessible aux consommateurs augmente.

PROPOSITION 2. *Lorsque le nombre d'entreprises sur le marché est fixe, la taille optimale des routes sans effet de prix est égale à la taille optimale des routes avec effet de prix.*

Preuve : Il suffit de remarquer que l'expression de la fonction de surplus est indépendante du niveau des prix : $\frac{\partial \widetilde{W}}{\partial t}\big|_{pvar} = \frac{\partial \widetilde{W}}{\partial t}\big|_{pcst} = -1 - Jf'(t)$, où $\frac{\partial \widetilde{W}}{\partial t}\big|_{pcst}$ représente la variation du surplus lorsque les prix sont supposés constants et $\frac{\partial \widetilde{W}}{\partial t}\big|_{pvar}$ représente cette variation lorsque les prix sont évalués à l'équilibre de Nash. Par conséquent, le calcul de la taille optimale des routes est identique lorsque le niveau des prix est supposé constant ou endogène. □

Ce résultat peut paraître décevant. Néanmoins, il dépend de manière cruciale des hypothèses de symétrie : qualités des produits identiques et niveaux des coûts marginaux de production identiques. Lorsque ces hypothèses sont levées, on observe un effet prix. Les calculs, dans le cas non-symétrique sont plus compliqués (le niveau des prix ne peut se calculer de manière explicite) de sorte que nous préférons étudier une variante de ce modèle, obtenue en considérant $\eta > 0$. Le cas $\eta = 1$, qui conduit à des solutions analytiques, sera étudié dans la sous section suivante "modele CES".

Nombre d'entreprises à l'optimum et à l'équilibre de libre entrée

Spécification de la fonction des coûts de construction des routes : on supposera par la suite que $f(t) = \frac{\Omega}{t}$, où Ω est une constante positive. Dans ce cas, le coût de transport optimal est :

$$t^o = \sqrt{J\Omega}. \tag{27}$$

La valeur du surplus à l'optimum est (cf. eqns [26] et [27]):

$$\tilde{W}^o = \mu \log J - 2\sqrt{J\Omega} - JF.$$

Le surplus du consommateur, $\tilde{SC} = Y + \mu \log\left\{\sum_{k=1}^{J} \exp\left(\frac{A_i-(p_i+t_i)}{\mu}\right)\right\}$ vaut (à une constante additive près) dans le cas symétrique et pour une taille optimale des routes :

$$\tilde{SC}^o = \mu \log J - c - \frac{\mu J}{J-1} - \sqrt{J\Omega}, \tag{29}$$

où l'on a utilisé l'équation [21].

On peut calculer le nombre optimal d'entreprises $\widehat{J^o}$, *lorsque la taille des routes est calculée de manière optimale*.

a) Si le coût d'implantation de l'entreprise est nul ($F = 0$), le nombre optimal d'entreprises donné par $\frac{\partial \tilde{W}^o}{\partial J} = 0$ (nous traitons le nombre d'entreprises comme une variable continue) s'écrit (cf. eqn [28]) :

$$\widehat{J^o} = \frac{\mu^2}{\Omega}. \tag{30}$$

b) Lorsque le coût d'implantation de l'entreprise est non nul ($F > 0$), on obtient de manière similaire :

$$\widehat{J^o} = \left(\frac{\sqrt{\Omega + 4\mu F} - \sqrt{\Omega}}{2F}\right)^2. \tag{31}$$

Cette fonction est croissante en μ (le goût pour la variété), décroissante en Ω (le coût de transport) et décroissante en F (le coût d'entrée).

L'équilibre symétrique de libre entrée ou équilibre long-terme (obtenu en annulant la valeur du profit des entreprises), lorsque les routes ont une taille donnée (optimale ou non) s'écrit :

$$J^e = \frac{\mu}{F} + 1, \tag{32}$$

qui est indépendant de Ω. Nous avons :

PROPOSITION 3. *Lorsque les tailles des routes sont ajustées optimalement, le nombre d'entreprises à l'équilibre de libre entrée excède d'au moins une unité le nombre optimal d'entreprises. Il peut y avoir au plus $\frac{\mu}{F}$ entreprises excédentaires sur le marché.*

Preuve : Nous voulons démontrer que $J^e > \widehat{J^o}$. La fonction $\widehat{J^o}$ est décroissante en Ω. De plus : $\widehat{J^o}\,|_{\Omega=0} = \frac{\mu}{F}$ et $\lim_{\Omega\to\infty}\widehat{J^o} = 0$. Le nombre optimal d'entreprises est par conséquent au plus égal à $\frac{\mu}{F}$ tandis que le nombre d'entreprises à l'équilibre de libre entrée est égal à $\frac{\mu}{F} + 1$ (voir eqn [32]). □

Lorsque *la taille des routes est donnée*, le nombre optimal d'entreprises, $\overline{J^o}$, est donné par la maximisation de l'équation [25] en fonction de J ; on obtient : $\overline{J^o} = \frac{\mu}{F}$, de sorte que dans ce cas, le nombre d'entreprises à l'équilibre coïncide approximativement avec le nombre optimal d'entreprises. Plus précisément, le nombre d'entreprises à l'équilibre excède d'une unité le nombre optimal d'entreprises (voir aussi les travaux précurseurs de Spence, 1976). Ce résultat est assez robuste, et reste vrai pour d'autres distributions des termes d'erreurs ε_j telles que la distribution exponentielle ou la distribution uniforme (Anderson *et al* 1995). La proposition 3 montre que lorsque la taille des routes est ajustée de manière optimale, le nombre d'entreprises en excès sur le marché peut être significativement plus grand (le nombre d'entreprises excédentaires peut être égal à $\frac{\mu}{F}$).

Modèle CES

Le surplus dans le cas symétrique, $t_1 = t_2 = ...t_J = t; A_1 = A_2 = ...A_J = A$, s'écrit (à une constante additive près) pour le cas du modèle CES, comme suit (cf. eqns [16], [17], et [22])

$$\tilde{W} = \mu \ln J - \ln(p^* + t) - Jf(t) + \frac{(p^* - c)}{p^* + t} - JF. \tag{33}$$

Notons que cette expression dépend des prix, contrairement au cas du modèle logit (voir eqn [25]). La première partie de cette expression représente le surplus du consommateur : $\tilde{SC} = \mu \ln J - \ln(p^* + t)$.

Evaluation de la taille optimale des routes

Pour calculer le coût de transport optimal, notons que $\frac{\partial p^*}{\partial t} = \frac{\mu J}{J-1}$, d'après l'expression [23]. On obtient, après simplifications :

$$\frac{\partial \tilde{W}}{\partial t} = -\frac{1}{(c+t)} - Jf'(t), \tag{34}$$

cette équation possède une solution implicite unique si $f(.)$ décroît au moins aussi vite que la fonction $1/t$. On vérifie aisément que cette solution correspond à un maximum de la fonction de surplus (cf. eqn [33]).

PROPOSITION 4. *Lorsque le nombre d'entreprises sur le marché est fixe, la taille optimale de routes sans effet de prix est plus petite que la taille optimale des routes avec effet de prix.*

Preuve : A prix constant, nous avons :

$$\frac{\partial \tilde{W}}{\partial t}\Big|_{pcst} = -\frac{1}{(p^* + t)} + J\frac{\Omega}{t^2} - \frac{(p^* - c)}{(p^* + t)^2}$$

Par contre, lorsque les prix peuvent s'ajuster à une modification de l'offre de transport, nous avons :

$$\frac{\partial \tilde{W}}{\partial t}\Big|_{pvar} = \frac{\partial \tilde{W}}{\partial t}\Big|_{pcst} - \frac{(p^* - c)}{(p + t)^2} \bullet \frac{\partial p^*}{\partial t}$$

où avec $\frac{\partial p^*}{\partial t} = \frac{\mu J}{J-1}$, d'après l'expression [23]. Dès lors :

$$\frac{\partial \tilde{W}}{\partial t}\Big|_{pvar} = \frac{\partial \tilde{W}}{\partial t}\Big|_{pcst} - \frac{\mu^2}{(c+t)[1 + \mu - \frac{1}{J}]^2}.$$

On démontre d'abord que la solution maximisant le surplus à prix constant est une solution intérieure, notée t^0_{pcst}. En effet : $\lim_{t \to 0} \frac{\partial \tilde{W}}{\partial t}\big|_{pcst} \to \infty$. L'équation [33] montre que : $\lim_{t \to \infty} \tilde{W}\big|_{pcst} \to -\infty$, de sorte que $\tilde{W}\big|_{pcst}$ n'est pas maximisé en $t \to \infty$. En toute solution intérieure t^0_{pcst} maximisant le surplus à prix constant et qui satisfait $\frac{\partial \tilde{W}}{\partial t}\big|_{pcst} = 0$, on a par conséquent $\frac{\partial \tilde{W}}{\partial t}\big|_{pvar} < 0$. Comme la fonction de surplus total $\tilde{W}$, lorsque les prix sont variables, est convexe en t, il en résulte que la solution maximisant le surplus lorsque les prix sont variables est plus petite que t^0_{pcst}. Par conséquent, la taille optimale des routes, lorsque les prix sont supposés constants, est plus petite que la taille optimale des routes lorsque les prix sont variables. □

Notons enfin que la variation du surplus des consommateurs à prix constant est $\frac{\partial \tilde{SC}}{\partial t}|_{pcst} = -(p^* + t)^{-1}$. Par contre, la variation du surplus des consommateurs à prix variable peut s'écrire :

$$\frac{\partial \tilde{SC}}{\partial t}|_{pvar} = \frac{\partial \tilde{SC}}{\partial t}|_{pcst} - \frac{\frac{J-1}{J}}{(c+t)[1+\mu-\frac{1}{J}]}. \tag{35}$$

En d'autres termes, une augmentation de la taille des routes (qui correspond à une diminution de t) a un impact plus important sur le surplus des consommateurs (et aussi sur le surplus social) lorsque les prix sont variables (par rapport à la situation où les prix sont constants).

Nombre d'entreprises à l'optimum et à l'équilibre de libre entrée

Spécification des coûts de construction des routes : avec la spécification $f(t) = \frac{\Omega}{t}$, on obtient $\frac{\partial \tilde{W}}{\partial t} = -\frac{1}{c+t} + \frac{J\Omega}{t^2}$. Le temps de trajet optimal est par conséquent donné par la solution unique de $\frac{\partial \tilde{W}}{\partial t} = 0$:

$$t^o = \frac{J\Omega + \sqrt{(J\Omega)^2 + 4cJ\Omega}}{2}, \tag{36}$$

qui constitue bien un maximum de la fonction de surplus $\tilde{W}$. Notons qu'ici, contrairement au modèle logit, le temps de trajet optimal dépend aussi du coût marginal de production c. La valeur de t^o, croît en J, Ω et c.

Le nombre optimal d'entreprises lorsque la taille des routes est ajustée de manière optimale (cf. eqn [36]) est déterminé par la condition de premier ordre $\frac{\partial \tilde{W}^o}{\partial J} = 0$ avec $p = c$.

a) Avec coût d'implantation nul ($F = 0$), le nombre optimal d'entreprises est :

$$\hat{J}^o = \frac{c\mu^2}{\Omega(1-\mu)} \tag{37}$$

où $\mu < 1$.

b) Avec coût d'implantation non nul ($F > 0$), nous avons :

$$\frac{\mu}{\hat{J}^o} - F = \frac{2\Omega}{J\Omega + \sqrt{\hat{J}^{o2}\Omega^2 + 4c\hat{J}^o\Omega}}. \tag{38}$$

Cette équation possède deux solutions candidates (réelles et positives), J_1 *et* J_2. La solution optimale s'écrit :

$$\hat{J}^o = \frac{2cF\mu + \Omega - \mu\Omega - \sqrt{\Omega}\sqrt{4cF\mu + \Omega - 2\mu\Omega + \mu^2\Omega}}{2F(cF - \Omega)} \tag{39}$$

avec $\Omega > cF$.

Le nombre d'entreprises à l'équilibre de long terme s'écrit :

$$J^e = \frac{\mu}{F(\mu+1)} + 1 \tag{40}$$

Cette fonction est indépendante de Ω et c.

CONCLUSION

Nous proposons dans cet article une méthode pour étudier l'impact des prix dans l'analyse coût-bénéfice basée sur le concept d'attractivité. Pour ce faire, nous avons introduit les prix dans les modèles de choix discrets sous-jacents au concept d'attractivité. Dans la première proposition, nous présentons une paramétrisation de l'attractivité en termes de prix. Nous présentons ensuite les expressions des formules d'équilibre en prix dans un marché de concurrence imparfaite. Par la suite, nous considérons les formulations de l'attractivité en tenant compte de la valeur des prix sur un marché concurrentiel. Lorsque la demande est inélastique, nous montrons que l'effet prix est absent de l'analyse de l'attractivité, pour autant que l'on considère une situation symétrique, (cf. proposition 2). Par contre, quand la demande est inélastique, l'analyse coût-bénéfice diffère selon que l'on considère que les prix sont fixes ou endogènes (cf. proposition 4).

En corollaire, nous montrons que la taille optimale des routes conduit à la mise en service de routes trop petites lorsque l'effet prix est ignoré (comme c'est le cas dans l'analyse standard).

Dans l'analyse proposée, nous avons supposé implicitement que le planificateur n'utilise pas sa décision stratégique de mise en service d'infrastructures routières pour réglementer l'entrée ou la sortie des activités économiques (nous avons supposé que la taille des infrastructures était adaptée aux décisions de localisation des agents économiques).

Etant donné l'inefficacité observée relative à l'entrée ou à la sortie des agents (cf. proposition 3), il nous semble opportun d'analyser la possibilité qu'aurait le planificateur de jouer le rôle de leader dans un jeux de Stackelberg dans lequel les entreprises sont les suiveurs (qui adaptent passivement leurs décisions de localisation à la taille de l'infrastructure mise en place). Le réalisme d'une telle politique, qui nous semble au centre de l'analyse du développement régional, reste une question empirique qui mérite d'être étudiée.

Notons enfin que nous avons ignoré l'effet des revenus dans notre analyse. Cependant, leur prise en compte est envisageable suivant la formulation proposée par McFadden (voir McFadden, 1996 et de Palma et Kilani, 1998).

REMERCIEMENTS

Nous tenons à remercier Simon Anderson, Alain Bernard, Philippe Domergue et Emile Quinet, pour leurs commentaires et suggestions.

Le premier auteur tient à remercier le Programme PREDIT du Ministère de Transports (projet QUATUOR). Le deuxième auteur tient à remercier CONACyT pour leur soutien financier.

REFERENCES

Anderson, S. P., de Palma, A et Thisse, J.F. (1988). The C.E.S. and the Logit: Two Related Models of Heterogeneity. **Regional Science and Urban Economics 18**, 155-164.

Anderson, S. P. et de Palma A. (1999). From Local to Global Competition, **European Economic Review**, à paraître.

Anderson, S. P., de Palma, A. et Nesterov, Y. (1995). Oligopolistic Competition and the Optimal Provision of Products. **Econometrica 63**, 1281-1301.

Anderson, S.P., de Palma, A. et Thisse, J.-F. (1992). **Discrete Choice Theory of Product Differentiation**. Cambridge, Mass: The MIT Press.

Ben-Akiva, M. (1973). **Structure of Passenger Travel demand Models**. Ph. D. dissertation. Department of Civil Engineering. Cambridge, Mass: The MIT Press.

Ben-Akiva, M. et Lerman, S. (1979). Disagregate Travel and Mobility Choice Models and Measure of Accessibility. Dans D.A. Hensher et P.R. Stopher (eds.), **Behavioral Travel Modelling**. London:

Croom Helm, 654-679.

Ben-Akiva, M. et Lerman, S. (1985). **Discrete Choice Analysis: Theory and Applications to Travel Demand**. Cambridge, Mass: MIT Press.

Braid, R. (1988). Heterogeneous Preferences and Non-central Agglomeration of Firms. **Regional Science and Urban Economics 18**, 57-68.

Caplin, A. et Nalebuff, B. (1991). Aggregation and Imperfect Competition: On the Existence of Equilibrium. **Econometrica 59**, 25-59.

de Palma, A. et Kilani, K. (1998). The Logit Model with Income Effets. Thema-Université de Cergy-Pontoise et Université de Paris X Nanterre. Miméo.

Choi, S. C., DeSarbo, W. S. et Harker, P. (1990). Product Positioning under Price Competition. **Management Science 36**, 175-199.

Ingram, D. (1971). The Concept of Accessibility: a Search for Operational Form. **Regional Studies 5**, 101-107.

Hansen, W. G. (1959). How Accessibility Shapes Land-uses. **Journal American Institut Planners 25**, 73-76.

Koenig, J. G. (1974). La théorie de l'accessibilité urbaine, un nouvel outil au service de l'aménageur. **Revue générale des routes et des aérodromes 269**, 67-78.

Luce, R. D. (1959). **Individual Choice Behavior**. New York: Wiley.

McFadden, D. (1981). Econometric Models of Probabilistic Choice. Dans Manski, C.F. et McFadden, D. (editeurs) : **Structural Analysis of Discrete Data with Econometric Applications**. Cambridge, Mass: MIT Press, 198-272.

McFadden, D. (1996). On the Computation of Willigness-to-Pay in Travel Demand Models, Department of Economics, University of Berkeley.

Morris, J. M., Dumble, P. L. et Wigan, M. R. (1979). Accessibility Indicators for Transport Planning. **Transportation Research 13**, 99-109.

Poulit, J. (1974). Urbanisme et transport : les critères d'accessibilité et de développement urbain. SETRA.

Small, K. A. et Rosen, R. (1981). Applied Welfare Economics with Discrete Choice Models. **Econometrica 49**, 105-130.

Small, K. A. (1992). **Urban Transportation Economics**. Chinchester. Harwood Academic Publisher.

Spence, M. (1976). Product Selection Fixed Costs and Monopolistic Competition. **Review of Economic Studies 43**, 217-235.

Thurstone, L. L. (1927). A Law of Comparative Judgement. **Psychological Review 34**, 273-286.

Welch, M. et Williams, H. (1997) The Sensivity of Transport Investissement Benefit. **Journal of Transportation Economic and Policy 31**(4), 231-254.